**东北大学秦皇岛分校**

**装订线内不要答题**

**装订线**

**学号**

**座位号**

**姓名**

**班级**

课程名称：高等数学B(一) 试卷类型： A答案 考试形式：闭卷.

授课专业： 各专业 考试日期：2020年12月？日 共 4 页

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 总分 |
| 得分 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

一、计算题（每题5分，共60分）

1. 求极限.

**解：当**时，，所以



2. 求极限.

**解：**

3. 已知，求.

**解：**

4. 已知，求.

**解：** 



5. 已知，求.

**解：** 





6. 已知函数是由方程确定的隐函数，求.

**解：**方程两边分别对*x*求导得，

，

故

.

7. 求积分****

**装订线内不要答题**

**装订线**

**学号**

**座位号**

**姓名**

**班级**

**解：**

****

****

****

8. 求积分****

**解：**

****

9. 求积分****

**解：**先用换元法.令**，**则**，**且

当****时，****；当****时，****.于是

****

****

****

10. 求积分****

**解：**由于**，**

**在**，**；在**，.所以

****

****

11. 讨论反常积分****的收敛性.在收敛时计算其值.

**解：，**

因此当时，反常积分发散；当时，该反常积分收敛，此时

**.**

12. 求函数的带有佩亚诺余项的阶麦克劳林公式.

**解:** 

而 ，



所以.

二、（10分）设函数，. (1) 求在[0, 2]上的表达式.

**装订线内不要答题**

**装订线**

**学号**

**座位号**

**姓名**

**班级**

(2) 讨论在(0, 2)内的连续性. (3) 讨论在(0, 2)内的可导性.

**解：**当时，；当时，，即



由于，，且，

故函数在*x*=1点连续. 由初等函数的连续性知，在其它点是连续的，

因此在(0, 2)内连续.

由知，.

由知，

所以，在*x*=1不可导. 由初等函数的可导性知，在(0, 2)中的其它点是可导的.

三、（10分）讨论方程有几个不同的实根？其中为小于1的正数.

**解：**令.则为奇函数，.只需讨论.

,

故在单调增加，在单调减少。

因，故在取得最大值，且.

由于，故存在，使得.

由根的存在定理知，方程在至少有一个根.

再由的单调性知，方程在恰一个根.

综上，再由对称性知，方程在恰有三个不同实根.

四、(10分) 过坐标原点作曲线的切线，该切线与曲线及*y*轴围成平面图形.

**装订线内不要答题**

**装订线**

**学号**

**座位号**

**姓名**

**班级**

(1) 求的面积.

(2) 求绕直线旋转一周所得旋转体的体积.

**解：**(1) 设切点的横坐标为，则曲线在点处的切线方程为



由该切线过原点知，从而，所以该切线的方程为

.平面图形的面积为



(2) 切线、直线及*y*轴所围成的三角形绕直线旋转一周所得圆锥体的体积为



曲线、直线及*y*轴所围成的三角形绕直线旋转一周所得旋转体的体积为



因此，所求旋转体的体积为

.

五、(10分) 设函数在上具有三阶导数，且.令.证明在内至少存在一个零点.

**证明:** 因为在上连续，在内可导，，由罗尔中值定理知，至少存在一点，使得.

由，得.于是.由罗尔中值定理知，至少存在一点，使得.

由，得.于是.由罗尔中值定理知，至少存在一点，使得.